**KRİPTOPARALAR ARASINDAKİ DİNAMİK İLİŞKİLERİN PORTFÖY PERFORMANSINA ETKİSİ**

*ÖZET*

*Bu çalışmada bireysel bir yatırımcının kripto paralar ve diğer geleneksel yatırım araçları arasındaki korelasyonları dikkate alarak portföyünde nasıl bir çeşitlendirmeye gidebileceği analiz edilmeye çalışılmıştır. Son dönemde oldukça yükselen kripto piyasasından belli başlı kripto paraların getirileri arasındaki ilişkiler uzun dönem sabit ve dinamik koşullu korelasyon varsayımları yapılarak ayrı ayrı ele alınmıştır. Özellikle kripto paralar arasında CCC ve DCC-GARCH modelleri ile elde edilen koşullu korelasyonlar uzun dönem sabit korelasyonlar gibi yine düşük olarak elde edilmiştir. Buna rağmen koşullu korelasyonlardaki iniş çıkışlar genel olarak kripto para birimlerinin yatırım söz konusu olduğunda riskli birer araç olduklarını göstermektedir. CCC ve DCC-GARCH modellerine ait koşullu korelasyon matrisleri dikkate alınarak seçilen optimal portföylerin Sharpe oranları, uzun dönem sabit ilişkileri dikkate alarak oluşturulan optimal portföylerden daha yüksek olarak elde edilebilmiştir. Diğer yandan sonuçlar, portföye eklenebilen döviz kurları ve altın gibi farklı yatırım araçları mümkün olduğunda, kripto paraların halen riskli birer yatırım aracı statüsünde sınıflandırılabileceklerini göstermektedir.*

***Anahtar Kelimeler:*** *Koşullu korelasyonlar, dinamik GARCH, Kripto para, portföy riski*

**THE EFFECT OF DYNAMİC RELATİONSHİPS BETWEEN CRYPTOCURRENCİES ON PORTFOLİO PERFORMANCE**

***ABSTRACT***

*In this study, it has been tried to analyze how an individual investor can diversify his portfolio by taking into account the correlations between cryptocurrencies and other traditional investment instruments. The relationships between the returns of the major cryptocurrencies from the crypto market, which has recently risen, are discussed separately by making long-term constant and dynamic conditional correlation assumptions. Conditional correlations obtained with the CCC and DCC-GARCH models, especially among cryptocurrencies, were obtained as low as constant correlations. However, the fluctuations in conditional correlations generally show that cryptocurrencies are risky instruments when it comes to investing. The Sharpe ratios of the optimal portfolios selected by considering the conditional correlation matrices from the CCC and DCC-GARCH models could be obtained higher than the optimal portfolios created by considering the constant relationships.* *On the other hand, the results shows that cryptocurrencies can still be classified as risky investment instruments when different investment instruments such as exchange rates and gold can be added to the portfolio.*

***Keywords:*** *Conditional correlatins, dynamic GARCH, cryptocurrencies, portfolio risk*

1. GİRİŞ

Finansal yatırım araçlarının fiyatları genellikle zaman içinde değişen hareketli bir süreç izlerler. Yatırım araçlarının fiyatlarındaki hareketlere bağlı olarak getirilerinde oluşan olası ancak beklenmeyen sonuçların yayılımı riskolarak tanımlanmaktadır. Bir finansal varlık getirisinde gözlenen değişkenliğe volatilite denir. Riskin öngörülmesi yanigetirilerin kendi ortalamasındansapmasını ölçmek için volatilite modelleri kullanılmaktadır.

Finansal risk yönetimi, riski tanımlamak, ölçmek ve yönetmek için süreçlerdüzenlenmesini ve geliştirilmesini ifade etmektedir (Jorion, 2007). Bir portföyün riskiporföyü oluşturan finansal varlık getiri serilerinin aralarındaki ilişkileri içerenmatrislerinin tahmini ile hesaplanır. Modellere dayalı tahminler her alanda olduğu gibi sürece ait parametrelerin doğrubelirlenememesi riskini taşımaktadır. Aynı veri seti için kullanılan farklı tahminmodelleriyle çok farklı sonuçlara ulaşılabilmektedir (Silvennoinen ve Terasvirta, 2009). Özellikle zaman serilerinde istatistik modeller aynı dahi olsa veri setini oluşturan farklı periyotlarveya gözlem sayıları getiriler arasındaki ilişkileri barındıran matrisinin tahminini doğrudan etkilemektedir (Alexander, 2008).

Finansal zaman serilerinin en önemli konularından biri, yatırım getirilerine ait riskin zamanla değişen bağımlılığıdır. Engle (1982)makalesinde, enflasyon için otokorelasyonsuz ve sıfır ortalamalı enflasyon serileri için sabit olmayan koşullu varyans tahminini Otoregresif Koşullu Değişen Varyans(ARCH) Modellerini kullanaraktanıtmıştır. Diğer bir deyişle ortalama için kullanılan Otoregresif Hareketli Ortalama (ARMA) modelleri varyans için yeniden düzenlemiştir. Bollerslev (1986) tarafından yeniden sunulan Genelleştirilmiş ARCH modelleri birfinansal zaman serisinin volatilitesindeki değişimintahmini için sıkça kullanılır olmuşlardır.

Engle, Granger ve Kraft (1984), ARCH modelini zamanla değişen koşullu kovaryans tahmini için ilk kez önermişlerdir. Bollerslev, Engle ve Wooldrigde (1988)’de aynı doğrultuda finansal varlık getirileriarasındaki kovaryans matrisinin otoregresif süreçte olduğu sonucuna varmışlar ve finansal varlık getirilerini çok değişkenli GARCH sürecinde tahmin etmişlerdir. Kroner ve Ng (1998) çalışmalarında Çok Değişkenli GARCH modelleri ile pratikte ihtiyaç duyulan büyükboyuttaki kovaryans matrisleri için de tahmin yapılabildiğine değinmişlerdir.

Daha sonra Engle (2002) ve Tse ve Tsui (2002) aynı yıllarda koşullu korelasyonlarmatrisinin zaman içinde değişen modelini sunmuşlardır. Bauwens, Laurent ve Rombouts (2006) Çok Değişkenli GARCH modelleriüzerine sınıflandırıcı bir derleme çalışması yapmışlardır. Çalışmada bu modellerin daha çok bir piyasadaki volatilitenin başka bir piyasa üzerindeki volatiliteye öncülük edip etmediği, bir varlık getirisine ait volatilitenin birbaşka varlık getirisi üzerindeki etkisi, varlık getirileri arasındaki korelasyonların zaman içinde değişip değişmediğigibi araştırmaları içeren çalışmalarda uygulandığına değinilmektedir. Silvennoinen ve Terasvirta (2009),uygulamalarda en çok kullanılan çok değişkenli GARCH modellerini ve modeluygunluk testlerini sunmaktadırlar. Çalışmada vardıkları sonuçlardan birisi de tahmin sürecininkolaylığı nedeniyle koşullu korelasyon modellerinin daha çok kullanıldığı olmuştur. Bu çalışmada kripto para getirilerine ait koşullu korelasyon matrislerinintahmini için çok değişkenli GARCH modelleri kullanılmıştır. Daha sonra uzun dönem sabit korelasyon ve koşullu korelasyonlarla oluşturulan optimal portföylere ait performanslar öngörülmeye çalışılmıştır.

2. KORELASYON MODELLERİ

2.1 Uzun Dönem Sabit İlişkiler

Bir getiri serisinde kareli terimlerin eşit ağırlıklı ortalaması alınırken terimlerin birbirinden bağımsız olduğu ve özdeş bir dağılımdan geldikleri kabul edilmektedir (Alexander, 2008). Belirli bir güne ait getirinin ortalama getiriden farkı hata terimi olarak düşünülebilir. Gözlem sayısının sonsuza uzandığı durumlarda, bir yatırımın günlük ortalama getirisi genellikle sıfıra çok yakındır ve bu nedenle getiriler birer hata terimi olarak kabul edilebilmektedir (Brooks, 2008). Hata terimlerinin yani getirilerin varyansının sabit olması her bir dönemde gerçekleşen getirilerin varyansının değişmediği sabit kaldığı anlamını taşımaktadır. Bir finansal bir varlığa ait getiriler normal dağılıma uygunluk gösteriyorsa, geçmiş getirilerin eşit olarak ağırlıklandırıldığı varyans parametresinin de risk ölçümü için kullanılması uygundur. Bu durumda varyansın yani riskin uzun dönem boyunca sabit kaldığı varsayımı yapılmış olur.

Uzun dönem sabit varyans ve kovaryans modellerine göre iki yatırım aracı getirisi arasındaki korelasyon katsayısı, iki getiri serisi arasındaki kovaryansın standart sapmalarına bölünmesi ile elde edilmektedir:

$$ρ\_{ij}=\frac{cov(r\_{i}r\_{j})}{\sqrt{σ\_{ii}}\sqrt{σ\_{jj}}}.$$

Yapılan çalışmalar getirilerin ortalamadan sapmasının geleneksel varyans parametresi ile ölçülemeyen bir dağılım sergilediğini ortaya koymaktadır. Getiriler ise bazı dönemlerde daha fazla değişkenlik göstermekte, dolayısıyla varyans bazı dönemlerde uzun dönemde ölçülen varyantsan farklılık taşıyabilmektedir. Örneğin günlük yapılacak bir tahmin için uzak geçmiş dönem bilgisinin ertesi günün varyans hesabında kullanılması gerçekçi olmayabilir. Varyanstaki dönemsel değişimler, hareketli ortalamalar yardımıyla yani zaman ilerledikçe yeni gözlemlerin tahmin dönemine dahil edilmesi ve eskilerin çıkarılmasıyla yeniden hesaplanarak tahmine yansıtılabilmektedir. Böylece hareketli ortalamalar ile ortalamaya dahil edilen getiri sayısı değiştirilerek kareli getirilerin dönemsel hareketliliği incelenmiş olmaktadır. Ancak hareketli ortalamalar volatilite için tasarlanmış özel birer model değildirler. Günlük bir finansal getiride bir önceki dönem getirilerinin etkisinin olduğunun saptanması kareli getirilerin otoregresif bir model sergileyeceğinin işaretidir (Brooks, 2008). 1982 yılında Engle tarafından sunulan ve hareketli ortalamalara göre üstünlükleri olan otoregresif koşullu modeller kovaryans ve korelasyon tahmini için de tercih edilmektedirler.

**2.2 Zamana Bağlı Değişen Dinamik İlişkiler**

Finansal varlık getirilerinin dağılım grafiklerine göz atıldığında normale nazaran daha sivri uçlu ve kalın kuyruklu oldukları, volatilite kümelenmesi ve kaldıraç etkisi gibi getiriler arasında doğrusal olmayan ilişkiler taşıdıkları görülebilmektedir. Volatilite kümelenmesinin tahmini için düzenlenen koşullu değişen varyans modelleri, kareli hata terimlerinin bazı zaman dönemlerde diğerlerine göre daha fazla olabileceği durumlara odaklanmaktadır (Alexander, 2008). İlk olarak Engle tarafından 1982’de sunulan ARCH modelinin 1986’da Bollerslev tarafından genelleştirilmiş hali aşağıdaki gibi verilmektedir. Bir $y\_{t}$ serisinin koşullu ortalama modeli

$$y\_{t}=α\_{0}+α\_{1}y\_{t-1}+ε\_{t}$$

olarak bir gecikmeli bir otoregresif model ile verilsin. $y\_{t}$’nin koşullu değişen varyansı, ortalama modelinden hareketle

$$var(y\_{t}∣y\_{t-1})=E\_{t}[\left(y\_{t}-α\_{0}-α\_{1}y\_{t-1}\right)^{2}]=E\_{t}(ε\_{t})^{2}$$

$t$ anındaki kareli hata terimlerinin ortalamasına bağlı olarak verilmektedir (Enders, 2010). Kareli hata terimlerinin t anındaki koşullu ortalaması varyans olarak ele alındığına göre kareli hata terimleri arasındaki bir otoregresif model ARCH modeli olarak önerilmiş olmaktadır.

Bollerslev (1986) ise finansal varlık getirilerinin $t$ anındaki koşullu varyansını getiri serisinin koşulsuz sabit varyansı, koşullu varyans tahmini ve yine hata terimi olmak üzere üç kısımdan oluşan Genelleştirilmiş ARCH (GARCH) modeli ile genelleştirilmektedir. GARCH(p,q) modeline göre hata terimlerinin koşullu değişen varyansı

$$σ\_{t}^{2}=ω+α\_{1}ε\_{t-1}^{2}+…+α\_{p}ε\_{t-p}^{2}+β\_{1}σ\_{t-1}^{2}+…+β\_{q}σ\_{t-q}^{2}$$

$$ω>0, α\_{1},α\_{2},…,α\_{p},β\_{1},β\_{2},…,β\_{q}\geq 0$$

$$\sum\_{i=1}^{p}α\_{i}+\sum\_{j=1}^{q}β\_{j}<1$$

$$ε\_{t}|I\_{t-1}∼N(0,σ\_{t}^{2})$$

olarak verilmektedir. Bu şekilde getiri serisindeki oynaklık yani volatilite getirilerin kareli gecikmeli değerleri ile kurulacak varyans modeli ile tamamen modellenmektedir. Sabit terimi, bir gecikmeli otoregresif kareli getirileri ve bir gecikmeli otoregresif koşullu değişen varyans tahminini içeren GARCH(1,1) modeli, sıfır ortalamalı getirilerin $t$ anındaki koşullu değişen varyansı aşağıdaki gibi elde edilir

$σ\_{t}^{2}=ω+αr\_{t-1}^{2}+βσ\_{t-1}^{2}$ .

$$r\_{t}|I\_{t-1}∼N(0,σ\_{t}^{2})$$

$$ω>0, α,β\geq 0$$

Bir yatırım aracının getiri serisi ani haberlerin etkisiyle yükselebilir ve yeni bir kötü habere kadar bu etki ile bir süre yüksek seyredebilir. Ayrıca herhangi bir yatırım aracının getirilerinde meydana gelen ani hareketlenmeler bir başka yatırım aracının getirilerinde de hareketlenmelere yol açabilir. Piyasalara ulaşan ani haber etkileri farklı yatırım araçlarının getirilerinde aynı ya da ters yönlü hareketlenmelere sebep olabilir. Getirilerdeki volatilite kümelenmeleri aynı zamanda korelasyonlarda da görülebilmektedir. Korelasyonlar yatırım fiyatlarının ya da getirilerinin belirli dönemlerde aynı veya farklı yönde hareket etme eğilimini ve bu eğilimin boyutunu gösterirler. Korelasyonlardaki bu kümelenmeler çok değişkenli GARCH modelleri ile incelenebilmektedir. Çok değişkenli GARCH modellerine, koşullu değişen kovaryans ve korelasyonların zaman içinde ilişkinlerini yakın geçmişlerine bağımlılıklarını dikkate alarak tahminlemede başvurulmaktadır.

$r\_{t}$, $nx1$ boyutunda getirilere ait, $θ$, $nx1$ boyutunda parametrelere ait, $μ\_{t}(θ)$ ise koşullu ortalama vektörünü göstersin. $H\_{t}$, tahmin edilmek istenen koşullu kovaryans matrisini temsil etmek üzere hata terimleri $(ε\_{t})$:

$$r\_{t}=μ\_{t}(θ)+ε\_{t}$$

$$ε\_{t}=H\_{t}^{{1}/{2}}υ\_{t} , υ\_{t}\~N\left(0,I\_{n}\right)$$

$$ε\_{t}|I\_{t-1}\~i.i.d.N(0,H\_{t})$$

denkleminden elde edilebilsin (Bauwens ve diğerleri, 2006). Burada pozitif tanımlı olduğu bilinen iki değişkenli

$$H\_{t}=\left(\begin{matrix}σ\_{1t}^{2}&σ\_{12t}\\σ\_{12t}&σ\_{2t}^{2}\end{matrix}\right)$$

koşullu kovaryans matrisi Çok Değişkenli GARCH(1,1) modeli ile en basit formda açıldığında hata terimlerinin koşullu varyans modelleri

$$σ\_{1,t+1}^{2}=ω\_{1}+α\_{1}ε\_{1,t}^{2}+β\_{1}σ\_{1,t}^{2}$$

$$σ\_{2,t+1}^{2}=ω\_{2}+α\_{2}ε\_{2,t}^{2}+β\_{2}σ\_{2,t }^{2}$$

ve iki serinin hata terimleri arasındaki koşullu kovaryans modeli ise

$$σ\_{12,t+1}=ω\_{3}+α\_{3}ε\_{1,t}ε\_{2,t}+β\_{3}σ\_{12,t}$$

olarak yazılabilmektedir. Engle ve Sheppard (2001), Tse ve Tsui (2002) ve Silvennoinen ve Terasvirta (2008) Çok Değişkenli GARCH modellerini kullandıkları çalışmalarında varyans ve kovaryans terimlerinde sıfır ortalamalı getirileri hata terimlerine eşit olarak ele almaktadırlar. Buna göre getirilerin bir gecikmeli değerlerle koşullu değişen kovaryans matrisinin matris formunda ifadesi aşağıdaki gibi verilmektedir:

$$H\_{t+1}=ω+αr\_{t}^{2}+βH\_{t}$$

$$r\_{t}=H\_{t}^{{1}/{2}}υ\_{t} , υ\_{t}\~N\left(0,I\_{n}\right)$$

$$r\_{t}|I\_{t-1}\~i.i.d.N(0,H\_{t})$$

Modelde yeralan $ω$, $α ve β$ parametreleri sırasıyla sabit terim, bir gecikmeli kareli getiri ve bir gecikmeli varyansın katsayılarını içeren matrisleri temsil etmektedirler.

**2.3 Koşullu Korelasyon Modelleri**

Koşullu korelasyon modelleri yatırım getirileri arasındaki korelasyonların sabit olduğu ya da zamanla değiştiği varsayımı altında Sabit ve Dinamik Koşullu Korelasyonlar (sırasıyla CCC ve DCC) olmak üzere iki modele değinilmektedir.

**2.3.1 Sabit Koşullu Korelasyon Modelleri**

Sabit koşullu korelasyon modeli tek değişkenli GARCH modelinin doğrusal olmayan bir versiyonudur. $D\_{t}^{2}=diag\left[H\_{t}\right]$, $nxn$ boyutunda köşegeninde zamanla değişen koşullu varyansları içeren bir matris, R ise yine $nxn$ boyutunda pozitif tanımlı korelasyon matrisi olmak üzere

$$E\_{t-1}(r\_{t}r\_{t}^{'})=H\_{t}=D\_{t}RD\_{t}$$

olarak verilmektedir. Bu modelde korelasyonların sabit olduğu varsayımı vardır. Buna göre örneğin iki değişkenli kovaryans $H\_{t}$ matrisi

$$H\_{t}=\left(\begin{matrix}h\_{11t}&ρ\_{12}\sqrt{h\_{11t}h\_{22t}}\\ρ\_{12}\sqrt{h\_{11t}h\_{22t}}&h\_{22t}\end{matrix}\right)$$

olarak yazılabilmektedir (Alexander, 2008). Sabit koşullu korelasyon modellerinde varyans modelleri herhangi bir otoregresif sürece tabi olabilir fakat korelasyonlar sabit olmalıdır (Engle, 2009). Ancak korelasyonların uzun dönemde sabit varsayılmasının gerçekçi bir bakış açısı olmadığı düşünülmektedir. Engle (2002), Tse ve Tsui (2002) sabit korelasyonlu modelleri korelasyon matrisi R’nin zamanla değiştiği yani zamada bağlı dinamik ilişkilerini içerdiği dinamik koşullu modellere genişletmişlerdir.

**2.3.2 Dinamik Koşullu Korelasyon Modelleri**

Engle (2002) ve Tse ve Tsui (2002) Sabit Koşullu Korelasyonlar modelini, korelasyonların zamana bağlı değiştiği modele genelleştirmiştir. Sabit koşullu korelasyonlar modelinde yer alan koşullu kovaryans matrisi $H\_{t}$’nin

$$H\_{t}=D\_{t}R\_{t}D\_{t}$$

ile elde edildiğini belirtmiştik. Bu modelde koşullu kovaryanslar da varyanslar gibi her bir yatırım aracı için tek değişkenli bir GARCH süreci ile ayrı ayrı ile tahmin edilmektedir.

Dinamik koşullu korelasyonlar matrisinde ise $R\_{t}$ matrisi aşağıdaki gibidir:

$$ρ\_{ijt}={(h\_{ijt})}/{\sqrt{h\_{iit}h\_{jjt}}}$$

Bu ifade aynı zamanda yatırım aracı i ve j’nin getirileri arasındaki koşullu korelasyonların tanımıdır (Engle, 2009). $n=2$ değişkenli model için $R\_{t}$ açık yazılacak olursa korelasyonlar matrisi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$R\_{t}=\left(\begin{matrix}\sqrt{h\_{11t}}&0\\0&\sqrt{h\_{22t}}\end{matrix}\right)^{-1}\left(\begin{matrix}h\_{11t}&h\_{12t}\\h\_{12t}&h\_{22t}\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}\sqrt{h\_{11t}}&0\\0&\sqrt{h\_{22t}}\end{matrix}\right)^{-1}=\left(\begin{matrix}1&{(h\_{12t})}/{\sqrt{h\_{11t}h\_{22t}}}\\{(h\_{12t})}/{\sqrt{h\_{11t}h\_{22t}}}&1\end{matrix}\right)$$

Dolayısıyla Dinamik Koşullu Korelasyonlar modeli tüm parametrelerin tahmini için iki aşamalı bir süreç kullanılır. İlk aşamada varyanslar ve standardize edilmiş hatalar için Sabit Koşullu Korelasyonlar modeli kullanılır. İkinci adım ise koşullu kovaryanslar için standardize hatalar kullanılır. Dolayısıyla birinci aşamada elde edilen standardize hatalar serisi ikinci aşamada düzgünleştirilerek korelasyonlar üretilir.

**3. Veri ve Analiz**

Kripto para getirilerinin kendi aralarındaki ve diğer geleneksel yatırım aracı getirileri arasındaki dinamik koşullu korelasyonların modellenerek tahminlerde kullanıldığı pek çok uluslararası çalışma bulunmaktadır (Corbet vd., 2018; Aslanidis, Bariviera ve Martínez-Ibañez, 2019; Canh, Binh ve Thanh, 2019; Canh vd., 2019; Kostika ve Laopodis 2019; Tiwari, Raheem ve Kang, 2019; Aslanidis, Bariviera ve Savva, 2020; Charfeddine, Benlagha ve Maouchi, 2020; Jiménez vd., 2020; Mensi vd. 2020; Wajdi, Nadia ve Ines, 2020; Cebrián-Hernández ve Jiménez-Rodríguez, 2021; Chuffart, 2021; Hassan, Hasan ve Rashid, 2021). Bu çalışmalarda kripto para getirilerinin ortalamalarının da volatiliteleri gibi otoregresif bir süreç izledikleri gösterilmektedir.

Bu çalışmada, Eylül 2021 itibariyle piyasa değeri en yüksek olan kripto para birimlerinin arasından geçmiş verilerine erişilebilen Cardano (**ada**), Bitcoin (**btc**), Dogecoin (**doge**), Ethereum (**eth**) ve XRP (**xrp**) kripto para birimlerinin getirileri arasındaki dinamik korelasyonlar portföy seçim problemi üzerinden analiz edilmiştir. Ayrıca ilgili kripto paraların yanında portföye Euro (**eur**), ABD Doları (**usd**) ve Gram altın (**xau**)’ın eklenmesi ile optimize edilen portföylerde farklı yatırım araçlarının dinamik ilişkileri de araştırılmıştır.

Analizin yapılabilmesi için fiyat serilerinin geçmiş veri uzunlukları eşit olması gerektiğinden 16.04.2019 ve 06.09.2021 tarihleri arasındaki kripto para fiyatları dikkate alınmıştır. Söz konusu tarihler arasında ilgili beş kripto paranın TL bazında kapanış fiyatlarından elde edilen getirilerle 874 günlük (5x874 boyutlu) bir veri seti oluşmaktadır. **eur**, **usd** ve **xau** günlük TL bazında getirilerinin de eklenmesi ile aynı tarihleri kapsayan 624 günlük (8x625 boyutlu) bir veri seti elde edilebilmektedir. Veriler halka açık [www.investing.com](http://www.investing.com) çevrimiçi adresinden yüklenmiştir.

Çalışmanın analizinde yapılan tüm hesaplamalar, çizilen grafikler ve optimal portföy seçimi için MATLAB yazılımından faydalanılmıştır (MATLAB, R2021a). Koşullu Korelasyon Modellerinin tahmini için ise Sheppard (2009) tarafından oluşturulan ve MATLAB ortamında kullanılabilen MFE Toolbox’tan faydalanılmıştır. Koşullu korelasyonların tahmini için elde edilen korelasyon matrislerinin pozitif tanımlı olması gerekmektedir (Bauwens vd., 2006). Pozitif tanımlı olma koşulunun garantilenebilmesi için geçmiş veri sayısının özellikle 500 günden daha fazla olmasına dikkat edilmektedir. $P\_{t}$ bir kripto paranın 𝑡. gününe ait TL fiyatını göstermek üzere günlük getiriler ($r\_{t}$) aşağıda verilen

$$r\_{t}=ln\left(\frac{P\_{t}}{P\_{t-1}}\right)⁡$$

sürekli bileşik getiri formülü ile hesaplanmıştır (Tsay, 2010). Kripto paraların ilgili dönemdeki getiri serileri Grafik 1’de verilmektedir.

Tablo 1’de ise kripto para birimlerine ilişkin tanımsal istatistikler verilmektedir. Tanımsal istatistiklere göre **doge** Kripto para getirileri ilgili dönemde en yüksek ortalama getiriye ve standart sapmaya sahiptir. En düşük ortalama getiri **xrp** kripto para birimindedir. En düşük standart sapma ise **btc** için hesaplanmıştır.

**Grafik 1: Kripto para Getirilerine ait Getiri Serileri**



Kripto para getirilerinin basıklık ve çarpıklık değerleri dikkate alınan döneme göre farklılık göstermektedir. Ancak yine de ilgili dönemde her bir para biriminde basıklık değerleri normalden oldukça yüksek olarak elde edilmektedir. Dolayısıyla ilgili beş kripto para getirilerinin genellikle ortalama civarında normal dağılıma göre daha fazla yoğunlaştıkları söylenebilmektedir. Tablo 1’den de görüldüğü gibi Jarque-Bera (JB) test istatistiklerine göre Kripto para getirileri normal dağılım sergilememektedirler.

**Tablo 1: Kripto para Getirilerine İlişkin Tanımsal İstatistikler**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **ada** | **btc** | **doge** | **eth** | **xrp** |
| Minimum | -0.3251 | -0.3831 | -0.5413 | -0.4616 | -0.5411 |
| Medyan | 0.0000 | 0.0025 | 0.0000 | 0.0042 | 0.0000 |
| Ortalama | 0.0045 | 0.0030 | 0.0058 | 0.0040 | 0.0020 |
| Maksimum | 0.2976 | 0.1614 | 1.4496 | 0.2214 | 0.4349 |
| Std. Sapma | 0.0554 | 0.0367 | 0.0897 | 0.0488 | 0.0626 |
| Çarpıklık | 0.2112 | -1.3025 | 5.8086 | -1.2213 | 0.2010 |
| Basıklık | 7.1623 | 18.4758 | 89.5741 | 15.5381 | 18.6678 |
| JB test ist. | 637.4\* | 8969\* | 277860\* | 5942\* | 8946\* |
| \*p değeri < 0.0001 |  |  |  |  |

Tablo 2’de ise **eur, usd** ve **xau** da eklenmesi ile oluşturulan veri setine ilişkin tanımsal istatistikler verilmektedir. Görüldüğü gibi **eur, usd** ve **xau**’ya ait ortalama getiriler kripto paralara göre oldukça düşük olarak elde edilmektedir.

**Tablo 2: Kripto para, Euro, Dolar ve Gram Altın Getirilerine İlişkin Tanımsal İstatistikler**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **ada** | **btc** | **doge** | **eth** | **xrp** | **eur** | **usd** | **xau** |
| Minimum | -0.3251 | -0.3831 | -0.4707 | -0.4616 | -0.5411 | -0.0605 | -0.0551 | -0.1023 |
| Medyan | 0.0025 | 0.0039 | 0.0000 | 0.0054 | 0.0005 | 0.0005 | 0.0005 | 0.0017 |
| Ortalama | 0.0062 | 0.0042 | 0.0081 | 0.0056 | 0.0028 | 0.0007 | 0.0006 | 0.0011 |
| Maksimum | 0.2976 | 0.2037 | 1.4496 | 0.3508 | 0.6549 | 0.0801 | 0.0776 | 0.0741 |
| Std. Sapma | 0.0656 | 0.0444 | 0.1032 | 0.0591 | 0.0746 | 0.0090 | 0.0087 | 0.0123 |
| Çarpıklık | 0.3482 | -1.1177 | 5.3825 | -0.7050 | 0.8509 | 0.3260 | 0.4881 | -1.2447 |
| Basıklık | 6.475 | 14.1871 | 70.1879 | 13.0037 | 20.9785 | 17.523 | 16.823 | 15.393 |
| JB test ist. | 327.71\* | 3389\* | 120576\* | 2658\* | 8493\* | 5504\* | 5001\* | 4161\* |
| \*p değeri <  | 0.0001 |  |  |  |  |  |

Bu aşamada kripto paralar ve dikkate alınan diğer yatırım araçları arasındaki ilişkiler portföy optimizasyonu sürecinde incelenmiştir. Bir portföyün oluşturan yatırım araçlarının getirileri arasındaki ilişkilerin etkisi portföyün varyansı formülünde yer alan kovaryans veya korelasyon matrisleri ile portföy riskine yansıtılmaktadır. Bir portföy getirisinin riskinin tahmini, portföyü oluşturan yatırım araçlarının getirilerine ait kovaryans matrisi $(H)$ ile portföydeki yatırım araçlarına ait ağırlık vektörü $(w)$’nün kullanılmasıyla

$$σ\_{p}^{2}= w^{'}H w$$

olarak elde edilir. Burada formülde yer alan kovaryans matrisi bir önceki bölümde de gösterildiği bigi korelasyon matrisi üzerinden de elde edilebilmektedir.

Tablo 3a’da beş farklı yaklaşıma göre elde edilen portföylerin ortalama getiri, risk ve Sharpe oranları verilmektedir. Bu oranların hesaplandığı ilk portföy seçim modeli Eşit ağırlıklı portföy (**EA**) seçim modelidir. Eşit ağırlıklı model herhangi bir optimizasyon süreci içermemektedirler ve böylece portföyü oluşturan yatırım araçlarının her biri portföyde eşit ağırlığa sahiptir. İkinci model ise minimum risk (**MinVar**) amaçlıdır ve portföyler herhangi bir getiri kısıtı gözetmeksizin optimize edilmiştir. Üçüncü model, yıllık %80 getiri oranı kısıtı ile riskin minimize edilmeye çalışıldığı ortalama varyans (**OrtVar**) modelidir. **EA, MinVar** ve **OrtVar** modeli ile seçilen portföylerde uzun dönem sabit korelasyonlar varsayımı vardır.

Diğer yandan koşullu korelasyonların dikkate alındığı iki modele ait sonuçlar da incelenmiştir. Sabit koşullu korelasyon (**CCC**) matrisleri üzerinden optimize edilen portföylerde kovaryansların zamanla değiştiği varsayılmaktadır. Dinamik Koşullu Korelasyon (**DCC**) matrisleri üzerinden optimize edilen portföylerde ise kovaryanslarla birlikte korelasyonların da zamanla değiştiği varsayımı yapılmaktadır.

Tablolarda sunulan ve bir birim risk başına düşen getiri oranını ifade eden Sharpe oranı (**Sh**) hesaplanırken risk başına düşen getiri yıllık iş günü sayısının karekökü ile çarpılmıştır. İlk aşamada yalnızca Kripto para içeren portföyler incelenmektedir. Tablo 3a’dan görüldüğü gibi dinamik koşullu ilişkiler dikkate alındığında kripto para birimlerinin ağırlıkları uzun dönem sabit varyans ve kovaryans varsayımına göre **ada**, **btc** ve **doge**’de azalırken **xrp** kripto para birimi için artmıştır. **eth** ise optimize edilen portföylerde önemli denebilecek ölçüde ağırlık alamamıştır. Tablo 3a’da **CCC** ve **DCC** modelleri ile en yüksek Sharpe oranının elde edildiği görülmektedir.

**Tablo 3a: Kripto paralardan Oluşan Portföylerin Performans Ölçüleri**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Rp** | $$σ\_{p}$$ | **Sh** |
| EA | 0.00386 | 0.0441 | 1.3901 |
| MinVar | 0.00317 | 0.0364 | 1.3807 |
| OrtVar | 0.00318 | 0.0364 | 1.3850 |
| CCC | 0.00268 | 0.0238 | 1.7823 |
| DCC | 0.00263 | 0.0236 | 1.7733 |

Tablo 3b’de ise eşit ağırlıklı ve optimize edilmiş portföylerdeki kripto para birimlerinin ağırlıkları yer almaktadır.

**Tablo 3b: Kripto paralardan Oluşan Portföylerin Bileşenleri**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **ada** | **btc** | **doge** | **eth** | **xrp** |
| EA | 0.2000 | 0.2000 | 0.2000 | 0.2000 | 0.2000 |
| MinVar | 0.0678 | 0.8796 | 0.0256 | 0.0000 | 0.0270 |
| OrtVar | 0.0707 | 0.8779 | 0.0267 | 0.0000 | 0.0246 |
| CCC | 0.0015 | 0.6138 | 0.0111 | 0.0014 | 0.3723 |
| DCC | 0.0004 | 0.6118 | 0.0008 | 0.0001 | 0.3870 |

Tablo 4a’da ise bu kez **eur**, **usd** ve **xau**’nun da eklenmesiyle oluşturulan portföylerin performansını gösteren değerleri içermektedir. Bu aşamada portföyler beş farklı kripto paranın yanında geleneksel yatırım aracı olarak sınıflandırılabilecek **eur**, **usd** ve **xau** içerebilmektedirler. Tablo 4a’da da yine **CCC** ve **DCC** modelleri ile en yüksek Sharpe oranının elde edildiği görülmektedir.

**Tablo 4a: Kripto para, Euro, Dolar ve Gram Altından Oluşan Portföylerin Performans Ölçüleri**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Rp** | $$σ\_{p}$$ | **Sh** |
| EA | 0.00367 | 0.0338 | 1.7236 |
| MinVar | 0.00073 | 0.0085 | 1.3463 |
| OrtVar | 0.00318 | 0.0243 | 2.0728 |
| CCC | 0.00083 | 0.0056 | 2.3693 |
| DCC | 0.00084 | 0.0055 | 2.4161 |

Tablo 4b’de ise yine eşit ağırlıklı ve optimize edilmiş portföylerdeki kripto para birimlerinin ve diğer yatırım araçlarının ağırlıkları yer almaktadır. Portföye **eur, usd** ve **xau** eklenebilmesi durumunda optimize edilen portföylerde ise portföy ağırlıkları daha çok geleneksel yatırım araçlarına kaydığı görülmektedir.

**Tablo 4b: Kripto para, Euro, Dolar ve Gram Altından Oluşan Portföylerin Bileşenleri**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **ada**  | **btc**  | **doge**  | **eth**  | **xrp**  | **eur**  | **usd**  | **xau** |
| EA | 0.1250 | 0.1250 | 0.1250 | 0.1250 | 0.1250 | 0.1250 | 0.1250 | 0.1250 |
| MinVar | 0.0036 | 0.0177 | 0.0009 | 0.0001 | 0.0000 | 0.2411 | 0.6824 | 0.0542 |
| OrtVar | 0.1372  | 0.0978 | 0.0878 | 0.0928 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.5843 |
| CCC | 0.0068 | 0.0087 | 0.0056 | 0.0055 | 0.0084 | 0.8422 | 0.0808 | 0.0420 |
| DCC | 0.0084  | 0.0086 | 0.0065 | 0.0051 | 0.0102 | 0.8478 | 0.0830 | 0.0303 |

**CCC** ve **DCC** portföylerinde kripto paralar toplamda portföy ağırlığının yaklaşık %4’ünü oluşturmaktadırlar. Uzun dönem sabit varyans, kovaryans ve korelasyonların varsayıldığı optimal portföylerde **xau** daha fazla ağırlık almakta iken, dinamik korelasyon modelleri ile tahminlenen korelasyon matrisleri ile optimize edilen portföylerde **eur** oldukça fazla ağırlık edinmiştir.

Tablo 3a ve 4a’da elde edilen sonuçlar bir arada değerlendirildiğinde yalnızca kripto paralardan oluşan portföylerdense, portföye altın ve dövizin de eklenmesi ile oluşturulan portföylerin Sharpe oranlarının beş farklı modelde de artmış olduğudur. Ancak Sharpe oranlarındaki artışın koşullu korelasyon modelleri (**CCC** ve **DCC**) için daha fazla olduğu görülmektedir.

**SONUÇ**

Bu çalışmada piyasa değeri en yüksek ilk beş kripto para birimi arasındaki zamanla değişen korelasyonlar dikkate alınarak oluşturulan portföylerin performansı incelenmiştir. Kripto para birimlerinin piyasalarda artan etkisi ve kullanımı, riskli varlıklar olarak görülmesine neden olmaktadır. Uygulamalı analizler kripto paralar arasında zamanla değişen korelasyonların genellikle çok düşük olduğunu göstermektedir. Bu çalışmada da bir gecikmeli **CCC** ve **DCC GARCH** modelleri koşullu korelasyonlar oldukça düşük olarak elde edilmektedir. Bu nedenle, kripto paralar portföy çeşitlendirmesinde etkili birer varlık olabilme potansiyeli taşımaktadırlar.

**CCC** ve **DCC-GARCH** modellerinden gelen koşullu korelasyon matrisleri dikkate alınarak seçilen optimal portföylere ait Sharpe oranları, uzun dönem sabit ilişkileri dikkate alarak oluşturulan optimal portföylerden daha yüksek olarak elde edilebilmiştir. Diğer yandan, portföye eklenebilen, **Euro, ABD Doları** ve **Gram altın** gibi farklı yatırım araçları mümkün olduğunda, kripto paraların halen riskli birer yatırım aracı statüsünde sınıflandırılabilecekleri görülebilmektedir. Bu sonuç yalnızca kripto paralardan oluşan portföylerdense, portföye altın ve dövizin de eklenmesi ile oluşturulan portföylerde Sharpe oranlarının beş farklı modelde de artmış olması ile desteklenmektedir.

Yatırım getirisini en üst düzeye çıkarmak ve potansiyel risklere karşı korumak için, yatırımcıların riskten korunma seçenekleri olmalıdır. Ancak halen kripto para birimleri için yasal düzenlemeler eksiktir. Kripto paralar döviz kurları ve altına kıyasla daha az likittir ve geleneksel yatırım araçlarına göre daha yüksek risk içermektedirler. Bu nedenle yatırımın genellikle riskli olduğu ve finansal olarak güvenli olmayan Kripto para birimleri arasında tercih yaparken dikkatli olunmalıdır.

**Kaynakça**

Alexander, C. (2008). *Market risk analysis, practical financial econometrics* (Vol. 2). John Wiley & Sons.

Bauwens, L., Laurent S. ve Rombouts, J.V.K. (2006). Multivariate GARCH Models: A
Survey, Journal of Applied Econometrics, 21,79-109.

Best, P. (1998). Implementing Value at Risk, John Wiley and Sons

Bollerslev, T. (1986). Generilazed Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, Journal of Econometrics, 31, 307-327.

Bollerslev, T., Engle, R. ve Wooldridge, J.M. (1988). A Capital Asset Pricing Model with Time-varying Covariances. Journal of Political Economy, 96/1, 116-131.

Brooks, C. (2008). RATS Handbook to accompany introductory econometrics for finance. *Cambridge Books*.

Aslanidis, N., Bariviera, A. F., & Martínez-Ibañez, O. (2019). An analysis of cryptocurrencies conditional cross correlations. *Finance Research Letters*, *31*, 130-137.

Aslanidis, N., Bariviera, A. F., & Savva, C. S. (2020). Weekly dynamic conditional correlations among cryptocurrencies and traditional assets. *Available at SSRN 3550879*.

Canh, N. P., Binh, N. Q., & Thanh, S. D. (2019). Cryptocurrencies and investment diversification: empirical evidence from seven largest cryptocurrencies. *Theoretical Economics Letters*, *9*(03), 431.

Canh, N. P., Wongchoti, U., Thanh, S. D., & Thong, N. T. (2019). Systematic risk in cryptocurrency market: Evidence from DCC-MGARCH model. *Finance Research Letters*, *29*, 90-100.

Cebrián-Hernández, Á., & Jiménez-Rodríguez, E. (2021). Modeling of the Bitcoin Volatility through Key Financial Environment Variables: An Application of Conditional Correlation MGARCH Models. *Mathematics*, *9*(3), 267.

Charfeddine, L., Benlagha, N., & Maouchi, Y. (2020). Investigating the dynamic relationship between cryptocurrencies and conventional assets: Implications for financial investors. *Economic Modelling*, *85*, 198-217.

Chuffart, T. (2021). Interest in cryptocurrencies predicts conditional correlation dynamics. *Finance Research Letters*, 102239.

Corbet, S., Meegan, A., Larkin, C., Lucey, B., & Yarovaya, L. (2018). Exploring the dynamic relationships between cryptocurrencies and other financial assets. *Economics Letters*, *165*, 28-34.

Enders, W. (2010). Applied Econometric Time Series, Third Edition, John Wiley and Sons.

Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation. Econometrica, 50, 987–1008.

Engle, R. F., Granger, C.W.J. ve Kraft, D. (1984). Combinig Competing Forecasting of
Inflation Using Bivariate ARCH Model, Journal of Economic Dynamics and Control, 8, 151-
65.

Engle, R. F. ve Bollerslev, T. (1986). Modelling the persistence of conditional variances,
Econometric REViews, 5/1, 1-50.

Engle, R. F. ve Sheppard K. (2001). Theoretical and Empirical Properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH, NBER Working Series.

Engle, R. F. (2002). Dynamic Conditional Correlation-A Simple Class of Multivariate
GARCH Models, Journal of Business and Economic Statistics, 20, 339-50.

Engel, R. (2009). Anticipating Correlations: A New Paradigm for Risk Management; The Econometric and Tinbergen Institutes Lectures.

Hassan, M. K., Hasan, M. B., & Rashid, M. M. (2021). Using precious metals to hedge cryptocurrency policy and price uncertainty. *Economics Letters*, *206*, 109977.

Jiménez, I., Mora-Valencia, A., Ñíguez, T. M., & Perote, J. (2020). Portfolio risk assessment under dynamic (equi) correlation and semi-nonparametric estimation: An application to cryptocurrencies. *Mathematics*, *8*(12), 2110.

Jorion P., (2007) Value at Risk, The New Benchmark for Managing Financial Risk, Third Edition, McGraw-Hill.

Kostika, E., & Laopodis, N. T. (2019). Dynamic linkages among cryptocurrencies, exchange rates and global equity markets. *Studies in Economics and Finance*.

Kroner, K. F., & Ng, V. K. (1998). Modeling the time varying comovement of asset returns. *Available at SSRN 6779*.

MATLAB. (2021). *version 9.10.0 (R2021a)*. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc.

Mensi, W., Al-Yahyaee, K. H., Al-Jarrah, I. M. W., Vo, X. V., & Kang, S. H. (2020). Dynamic volatility transmission and portfolio management across major cryptocurrencies: Evidence from hourly data. *The North American Journal of Economics and Finance*, *54*, 101285.

Sheppard, K. (2009). MFE MATLAB function reference financial econometrics. *Unpublished paper, Oxford University, Oxford. Çevrimiçi: http://www. kevinsheppard. com/images/9/95/MFE\_Toolbox\_Documentation. pdf*.

Silvennoinen, A. ve Terasvirta, T., (2008). Multivariate GARCH Models, Handbook of
Financial Time Series, Springer, 201-29.

Tiwari, A. K., Raheem, I. D., & Kang, S. H. (2019). Time-varying dynamic conditional correlation between stock and cryptocurrency markets using the copula-ADCC-EGARCH model. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *535*, 122295.

Tse, Y.K. ve Tsui, A.K.C., (2002). A Multivariate GARCH Model with Time-Varying
Correlations, Journal of Business and Economic Statistics, 20, 351–362

Wajdi, M., Nadia, B., & Ines, G. (2020). Asymmetric effect and dynamic relationships over the cryptocurrencies market. *Computers & Security*, *96*, 101860.