**Bazı yaşam-zamanı dağılımları kullanılarak KOVİD-19 verilerini modelleme**

Yeni Koronavirüs (KOVİD-19) ilk olarak Aralık 2019'da Çin'in Vuhan kentinde ortaya çıktı ve hızla sınırları aşarak tüm dünyadaki insanları etkiledi. Dünya çapında birçok insan KOVİD-19 nedeniyle öldü. KOVİD-19 ile ilgili birçok klinik çalışma yapılmıştır ve bu çalışmaların bulguları KOVİD-19 hastalığı hakkında daha fazla bilgi edinmemize yardımcı olmuştur. Birçok çalışmada KOVİD-19 ile ilgili daha önce yapılmış çalışmaların bulguları karşılaştırılarak genel bir istatistiksel çıkarım sağlanmaya çalışılmıştır. Sağlık bilimlerinde yaşam zamanı dağılımların çok faydalı olduğu bilinmektedir. Bu çalışmada, bilinen bazı yaşam zamanı dağılımları kullanarak KOVİD-19 ölüm oranlarını modelledik ve KOVİD-19 ölüm oranları hakkında istatistiksel çıkarımlar sağladık. Bu amaçla, KOVİD-19 verilerini modellemek için Weibull, Lindley, üstelleştirilmiş Üstel, üstelleştirilmiş Weibull ve genelleştirilmiş Lindley gibi bazı yaşam zamanı dağılımları ele alıyoruz. Bu yaşam zamanı dağılımların parametreleri en çok olabilirlik yöntemi kullanılarak tahmin edilmiştir. İtalya, Meksika ve Hollanda'daki KOVİD-19 ölüm oranlarına ilişkin üç farklı veri kümesini analiz ettik. Akaike bilgi kriteri (AIC), Bayes bilgi kriteri (BIC), Kolmogorov Smirnov test istatistikleri, Cramer von Mises istatistikleri, Anderson Darling istatistikleri ile gerçek veri uygulamalarında incelenen dağılımların uyumlarını da karşılaştırıyoruz. Böylece incelenen yaşam zamanı dağılımlarının sadece istatistiksel teoride değil, gerçek hayatta da yeri olduğunu göstermiş olduk.

Anahtar Kelimeler: KOVİD-19, Sağlık bilimleri, Yaşam-zamanı dağılımları, Veri modellemesi

**Modelling COVID-19 data using some life-time distributions**

The new Coronavirus (COVID-19) firstly appearing in Wuhan, China, in Decem-
ber 2019, and rapidly has crossed borders, infecting people throughout the whole World. Many people around the world have died due to COVID-19. Many clinical studies have been conducted on COVID-19, and the findings of these studies have helped us to learn more about COVID-19 disease. In many studies, a general statistical inference was tried to provide by comparing the findings of previous studies related to COVID-19. It is known that lifetime distributions are very useful in health sciences. In this study, we modeled COVID-19 mortality rates using some known lifetime distributions and provide statistical inferences about COVID-19 mortality rates. For this purpose, we consider some lifetime distributions such as Weibull, Lindley, exponentiated Exponential, exponentiated Weibull, and generalized Lindley for modeling COVID-19 data. The parameters of these lifetime distributions are estimated by using maximum likelihood method. We analyzed three different datasets on COVID-19 mortality rates in Italy, Mexico, and Netherlands. We also compare the fits of the examined distributions via Akaike information criterion (AIC), Bayesian information criterion (BIC), Kolmogorov Smirnov test statistics, Cramer von Mises statistics, Anderson Darling statistics in real data illustrations. Thus, we have shown that the examined lifetime distributions have a place not only in statistical theory but also in real life.

Keywords: COVID-19, Health sciences, Life-time distributions, modeling data

# Giriş

Yeni koronavirüs (KOVİD-19), Aralık 2019'da Çin'in Wuhan şehrinde ortaya çıktı ve bu bulaşıcı virüs hızla tüm dünyaya yayıldı. Dünya sağlık örgütü (DSÖ), COVID-19'un 11 Mart 2020'de küresel bir salgın olduğunu resmen bildirdi (WHO, 2020). 2 Ağustos 2021 itibariyle, dünya genelinde 198,234,951 onaylanmış KOVİD-19 vakası ve 4,227,359 ölüm olduğu DSÖ tarafından duyurulmaktadır (WHO, 2021). Dünyanın çeşitli yerlerinde bilim insanları, COVID-19 ile mücadeleye destek olmak için birçok bilimsel ve klinik çalışma gerçekleştirdi. Bulguların yorumlanması ve istatistiksel çıkarımların sağlanması, kamuoyunun bilgilendirilmesi ve gelecek araştırmalara ilham vermesi açısından oldukça önemlidir. KOVİD-19 bulaşan hastaların en çok korkutan şey şüphesiz bu hastalığın ölümcül olmasıdır. Ölümcül hastalıklarda ölüm oranları hastalığın ne derecede ölümcül olduğunun anlaşılması için yol gösterici niteliktedir. Dünyanın çeşitli ülkelerinde KOVİD-19 hastalığının ölümcül etkisi ve ölüm oranları ile ilgili birçok çalışma yapılmıştır. Bu klinik araştırmaların sonuçları daha ileride yapılacak olan çalışmalara rehberlik etmiştir.

KOVİD-19 ile mücadelede klinik bulguları yorumlamak ve istatistiksel çıkarım sağlamak büyük önem taşımaktadır. Literatürde biyoloji, kimya, mühendislik ve tıp bilimleri gibi birçok alanda elde edilen verileri modellemek için birçok istatistiksel dağılım kullanılmaktadır. Yaygın olarak kullanılan yaşam zamanı dağılımlardan bazıları Weibull, Lindley ve bu dağılımların çeşitli değiştirilmiş versiyonları olarak gösterilebilir. Bu çalışmada, literatürdeki diğer çalışmalardan farklı olarak, Weibull, üstelleştirilmiş Weibull, Lindley, genelleştirilmiş Lindley ve üstelleştirilmiş üstel dağılımı gibi bilinen bazı yaşam zamanı dağılımlar kullanılarak KOVİD-19 ölüm oranları hakkında tahminler sunulacaktır. Bu çalışmanın geri kalanı şu şekilde organize edilmiştir: İkinci bölümde, vurgulanan yaşam zamanı dağılımlarını tanımlıyoruz. Üçüncü bölümde, her bir veri seti için en uygun modeli belirlemek ve KOVİD-19 ölüm oranlarının tahmini olasılıklarını elde etmek için üç veri uygulaması sunuyoruz. Dördüncü bölümde, sonuçlar sunulmaktadır.

1. **Modelleme metodolojisi**
	1. ***Weibull dağılımı***

Weibull dağılımı yaşam zamanı dağılımları arasında en çok bilinen dağılımlardan biridir. Çeşitli alanlarda elde edilen yaşam zamanı verilerini modellemede oldukça yararlıdır. Weibull dağılımının dağılım ve olasılık yoğunluk fonksiyonları aşağıda sırası ile verilmiştir.

 (1)

 (2)

burada,  şekil parametresi,  ölçek parametresi ve .

* 1. ***Üstelleştirilmiş Weibull dağılımı***

Üstelleştirilmiş Weibull (ÜW) dağılımı Pal ve ark. (2006) tarafından önerilmiştir. ÜW dağılımı, Weibull dağılımının genelleştirilmiş bir versiyonudur. EW dağılımının dağılım ve olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda sırası ile verilmiştir.

 (3)

 (4)

burada ve  şekil parametreleri,  ölçek parametresi ve . The ÜW dağılımı alındığında Weibull dağılımına indirgenir.

* 1. ***Lindley dağılımı***

Lindley dağılımı Lindley (1958) tarafından önerilmiştir ve biyoloji mühendislik ve sağlık bilimleri gibi birçok alanda kullanılan popüler bir başka yaşam zamanı dağılımıdır. Ghitany ve ark. (2011) Lindley dağılımının özellikle ölüm verilerini modellemede oldukça yararlı olduğunu vurgulamıştır. Lindley dağılımının dağılım ve olasılık yoğunluk fonksiyonları aşağıda sırasıyla verilmiştir.

 (7)

 (8)

burada  ve .

* 1. ***Genelleştirilmiş Lindley dağılımı***

Genelleştirilmiş Lindley (GL) dağılımı Nadarajah ve ark. (2011) tarafından önerilmiştir ve Lindley dağılımının genelleştirilmiş halidir. Genelleştirilmiş Lindley dağılımının dağılım ve olasılık yoğunluk fonksiyonları aşağıda sırasıyla verilmiştir.

 (9)

 (10)

burada,  ve .

* 1. ***Üstelleştirilmiş Üstel dağılımı***

Üstelleştirilmiş Üstel (ÜÜ) dağılımı Gupta ve Kundu (2001) tarafından önerilmiştir. ÜÜ dağılımının dağılım ve olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda sırasıyla verilmiştir.

 (11)

 (12)

burada  ’dır.

1. **Parametre Tahmini**

Bu bölümde Weibull, ÜW, Lindley, GL ve ÜÜ dağılımlarının parametrelerinin en çok olabilirlik tahmin edicilerini elde edilecektir.

, Weibull  dağılımından alınan rasgele bir örneklem olmak üzere log-olabilirlik fonksiyonu

 (13)

biçimindedir.  fonksiyonunun  ve  parametrelerine göre türevleri alınıp sıfıra eşitlenerek oluşturulan aşağıdaki doğrusal olmayan denklemlerin eş zamanlı çözümü ile  ve parametrelerinin en çok olabilirlik tahmin edicileri elde edilir.

, ÜW  dağılımından alınan rasgele bir örneklem olmak üzere log-olabilirlik fonksiyonu

 (14)

biçimindedir.  fonksiyonunun  ve  parametrelerine göre türevleri alınıp sıfıra eşitlenerek oluşturulan aşağıdaki doğrusal olmayan denklemlerin eş zamanlı çözümü ile  ve parametrelerinin en çok olabilirlik tahmin edicileri elde edilir.

, Lindley  dağılımından alınan rasgele bir örneklem olmak üzere log-olabilirlik fonksiyonu

 (15)

biçimindedir.  fonksiyonunun  parametresine göre türevleri alınıp sıfıra eşitlenerek oluşturulan aşağıdaki doğrusal olmayan denklemlerin eş zamanlı çözümü ile  parametresinin en çok olabilirlik tahmin edicisi elde edilir.

, GL  dağılımından alınan rasgele bir örneklem olmak üzere log-olabilirlik fonksiyonu

 (16)

biçimindedir.  fonksiyonunun  ve  parametrelerine göre türevleri alınıp sıfıra eşitlenerek oluşturulan aşağıdaki doğrusal olmayan denklemlerin eş zamanlı çözümü ile  ve parametrelerinin en çok olabilirlik tahmin edicileri elde edilir.

, ÜÜ  dağılımından alınan rasgele bir örneklem olmak üzere log-olabilirlik fonksiyonu

 (17)

biçimindedir.  fonksiyonunun  ve  parametrelerine göre türevleri alınıp sıfıra eşitlenerek oluşturulan aşağıdaki doğrusal olmayan denklemlerin eş zamanlı çözümü ile  ve parametrelerinin en çok olabilirlik tahmin edicileri elde edilir.

Weibull, ÜW, Lindley, GL ve ÜÜ dağılımlarının parametrelerinin en çok olabilirlik tahmin edicilerini bulmak için log-olabilirlik denklemlerini çözmek gerekir. Bu çalışmada ilgili olabilirlik denklemlerini çözmek için R programında optim fonksiyonu ve ilk kez Fletcher (1987) tarafından çalışılan BFGS algoritması kullanılmıştır.

1. **Model değerlendirmesi**

Data modellemesinde hangi dağılımın daha başarılı olduğunu belirlemek için bazı karşılaştırma istatistiklerinden yararlanılır. Bu bağlamda Akaike bilgi kriteri (AIC), Bayesci bilgi kriteri (BIC), Anderson-Darling istatistiği (A\*), Cramér-von Mises istatistiği (W\*), Kolmogorov-Smirnov istatistiği (K-S), ve p-değerleri (A\*, W\*, KS), KOVİD-19 veri modellemesinde kullanılmıştır. Bu istatistiksel ölçüler aşağıdaki gibi tanımlanır.

 (18)

 (19)

 (20)

 (21)

 (22)

burada ,  sıra istatistiği, parameter sayısı,  örnek büyüklüğü, olabilirlik fonksiyonun değeri,  ampirik dağılım fonksiyonu ve  incelenen modelin dağılım fonksiyonunu ifade etmektedir.

* 1. ***Veri Tanımlaması***

İtalya, Hollanda ve Meksika’daki KOVİD-19 kaba ölüm hızlarını gösteren üç veri kümesi ele aldık. Veri kaynağı için (URL-1, 2021) ‘e bakılabilir. Bu veriler daha önce Almong ve ark. (2021) tarafından analiz edilmiştir.

Örneğin 1000 kişi için kaba ölüm hızı aşağıdaki gibi hesaplanabilir.



([URL-2](https://acikders.ankara.edu.tr/), 2021).

İlk veri seti İtalya’nın 27 Şubat-27 Nisan 2020 tarihleri arasında 59 günlük kaba ölüm hızlarını ifade etmektedir ve aşağıda verilmiştir.

**1.veri kümesi**

4.571 7.201 3.606 8.479 11.410 8.961 10.919 10.908 6.503 18.474 11.010 17.337 16.561 13.226 15.137 8.697 15.787 13.333 11.822 14.242 11.273 14.330 16.046 11.950 10.282 11.775 10.138 9.037 12.396 10.644 8.646 8.905 8.906 7.407 7.445 7.214 6.194 4.640 5.452 5.073 4.416 4.859 4.408 4.639 3.148 4.040 4.253 4.011 3.564 3.827 3.134 2.780 2.881 3.341 2.686 2.814 2.508 2.450 1.518.

İkinci veri seti Meksika’da 4 Mart-20 Temmuz 2020 tarihleri arasında 108 günlük kaba ölüm hızlarını ifade etmektedir ve aşağıda verilmiştir.

**2.veri kümesi**

8.826 6.105 10.383 7.267 13.220 6.015 10.855 6.122 10.685 10.035 5.242 7.630 14.604 7.903 6.327 9.391 14.962 4.730 3.215 16.498 11.665 9.284 12.878 6.656 3.440 5.854 8.813 10.043 7.260 5.985 4.424 4.344 5.143 9.935 7.840 9.550 6.968 6.370 3.537 3.286 10.158 8.108 6.697 7.151 6.560 2.988 3.336 6.814 8.325 7.854 8.551 3.228 3.499 3.751 7.486 6.625 6.140 4.909 4.661 1.867 2.838 5.392 12.042 8.696 6.412 3.395 1.815 3.327 5.406 6.182 4.949 4.089 3.359 2.070 3.298 5.317 5.442 4.557 4.292 2.500 6.535 4.648 4.697 5.459 4.120 3.922 3.219 1.402 2.438 3.257 3.632 3.233 3.027 2.352 1.205 2.077 3.778 3.218 2.926 2.601 2.065 1.041 1.800 3.029 2.058 2.326 2.506 1.923.

Üçüncü veri seti Hollanda’da 31 Mart-30 Nisan 2020 tarihleri arasında 30 günlük kaba ölüm hızlarını ifade etmektedir ve aşağıda verilmiştir.

**3.veri kümesi**

14.918 10.656 12.274 10.289 10.832 7.099 5.928 13.211 7.968 7.584 5.555 6.027 4.097 3.611 4.960 7.498 6.940 5.307 5.048 2.857 2.254 5.431 4.462 3.883 3.461 3.647 1.974 1.273 1.416 4.235.

Tablo 1, veri setlerinin örnek büyüklüğü (n), ortalama (Ort), varyans (Var), çapıklık katsayısı (ÇK) ve basıklık katsayısı (BK) gibi bazı tanımlayıcı istatistiklerini göstermektedir.

**Tablo 1.** Veri setlerine ilişkin bazı tanımlayıcı istatistikler

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Veri Seti*** | ***n*** | ***Ort.*** | ***Var*** | ***ÇK*** | ***BK*** |
| ***1*** | 59 | 8.156 | 20.491 | 0.464 | -0.841 |
| ***2*** | 108 | 5.758 | 10.590 | 1.001 | 0.772 |
| ***3*** | 30 | 6.156 | 12.484 | 0.879 | 0.175 |

1. **Sonuçlar**

Bu bölümde veri analizinin sonuçları sunulmuştur. Tablo 2, bölüm 3’te verilen verilere uydurulan dağılımların parametrelerinin en çok olabilirlik tahminleri ve bunlara ilişkin standard hataları içermektedir. Tablo 3, verilere uydurulan modellerin karşılaştırılması için kullanılan karşılaştırma istatistiklerini göstermektedir.

**Tablo 2.** Veri kümeleri için tüm modellerin parametrelerinin en çok olabilirlik tahminleri ve standart hataları

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Veri kümesi | Model |   |   |   |   |   |   |
| 1 | Weibull | 1.9271 | 9.2327 | - | 0.1991 | 0.6586 | - |
| ÜW | 0.0311 | 1.6569 | 1.2945 | 0.0661 | 0.7018 | 0.9745 |
| Lindley | 0.1779 | - | - | 0.0187 | - | - |
| GL | 0.3098 | 2.0548 | - | 0.0361 | 0.4460 | - |
| ÜÜ | 0.2399 | 3.4883  | - | 0.0314 | 0.7628 | - |
| 2 | Weibull | 1.8968 | 6.5209 | - | 0.1378 | 0.3501 | - |
| ÜW | 0.4203 | 0.9485 | 4.5365 | 0.3843 | 0.3112 | 3.7030 |
| Lindley | 0.2539 | - | - | 0.0197 | - | - |
| GL | 0.4623 | 2.4979 | - | 0.0393 | 0.4218 | - |
| ÜÜ | 0.3619 | 3.9976 | - | 0.0346 | 0.6738 | - |
| 3 | Weibull | 1.8799 | 6.9637 | - | 0.2629 | 0.7149 | - |
| ÜW | 0.1886 | 1.1862 | 2.5108 | 0.3671 | 0.6753 | 3.0413 |
| Lindley | 0.2370 | - | - | 0.0350 | - | - |
| GL | 0.4180 | 2.2658 | - | 0.0678 | 0.7055 | - |
| ÜÜ | 0.3237 | 3.6240 | - | 0.0590 | 1.1225 | - |

**Tablo 3.** Veri kümeleri için tüm modellerin karşılaştırma istatistikleri

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Veri seti | Model | AIC | BIC | KS | A\* | W\* | p-value (KS) | p-value (A\*) | p-value (W\*) |
| 1 | Weibull | **339.402** | **343.557** | 0.123 | **0.802** | **0.134** | 0.311 | **0.478** | **0.443** |
| ÜW | 341.389 | 347.621 | 0.121 | 0.823 | 0.140 | 0.331 | 0.464 | 0.422 |
| Lindley | 354.062 | 356.139 | 0.150 | 2.807 | 0.420 | 0.127 | 0.034 | 0.063 |
| GL | 340.249 | 344.404 | 0.113 | 0.893 | 0.156 | 0.404 | 0.418 | 0.372 |
| ÜÜ | 340.115 | 344.270 | **0.107** | 0.894 | 0.158 | **0.482** | 0.417 | 0.365 |
| 2 | Weibull | 541.914 | 547.278 | 0.074 | 0.664 | 0.097 | 0.603 | 0.589 | 0.600 |
| ÜW | 538.331 | 546.378 | **0.069** | 0.335 | **0.061** | **0.690** | **0.909** | **0.806** |
| Lindley | 569.935 | 572.617 | 0.139 | 4.979 | 0.771 | 0.031 | 0.002 | 0.008 |
| GL | 537.280 | 542.645 | 0.078 | 0.413 | 0.073 | 0.525 | 0.835 | 0.736 |
| ÜÜ | **536.358** | **541.722** | 0.071 | **0.341** | 0.062 | 0.655 | 0.904 | 0.802 |
| 3 | Weibull | 158.068 | 160.871 | 0.100 | 0.281 | 0.046 | 0.896 | 0.951 | 0.902 |
| ÜW | 159.354 | 163.557 | 0.079 | 0.182 | 0.024 | 0.984 | 0.994 | 0.992 |
| Lindley | 164.052 | 165.453 | 0.182 | 1.398 | 0.235 | 0.241 | 0.202 | 0.208 |
| GL | 157.464 | 160.267 | 0.080 | 0.183 | 0.024 | 0.982 | 0.994 | 0.992 |
| ÜÜ | **157.441** | **160.243** | **0.076** | **0.175** | **0.022** | **0.989** | **0.995** | **0.995** |

Kolmogorov-Smirnov test istatistiği ve ilgili p değeri haricindeki karşılaştırma kriterlerine göre ilk veri setine en iyi uyum gösteren dağılım Weibull dağılımıdır. İkinci veri seti için ise Weibull dağılımının genelleştirilmiş hali olan ÜW dağılımı KS, W\* ve p değerlerine (KS, A\*,W\*) göre en iyi modeldir. Diğer taraftan AIC, BIC ve A\*'e göre ÜÜ dağılımı en iyi model olarak belirlenmiştir. Üçüncü ve son veri setinde ise ÜÜ dağılımı tüm kriterlere göre en iyi modeldir. Böylece İtalya'daki kaba ölüm hızını en iyi modelleyen dağılım Weibull, Hollanda'daki kaba ölüm hızını en iyi modelleyen modeller Weibull ve ÜW dağılımları ve Meksika'daki kaba ölüm hızını en iyi modelleyen dağılım ÜÜ dağılımı olduğu görülmüştür. Şekil 1-6 üç veri setine uydurulan modellerin olasılık yoğunluk ve dağılım fonksiyonlarını göstermektedir.

****

**Şekil 1.** Birinci veri seti için uydurulan dağılım fonksiyonlarının grafikleri

****

**Şekil 2.** Birinci veri seti için uydurulan olasılık yoğunluk fonksiyonlarının grafikleri

****

**Şekil 3.** İkinci veri seti için uydurulan dağılım fonksiyonlarının grafikleri

****

**Şekil 4.** İkinci veri seti için uydurulan olasılık yoğunluk fonksiyonlarının grafikleri

****

**Şekil 5.** Üçüncü veri seti için uydurulan dağılım fonksiyonlarının grafikleri

****

**Şekil 6.** Üçüncü veri seti için uydurulan olasılık yoğunluk fonksiyonlarının grafikleri

**Tablo 4.** Veri setleri için tahmin edilen ortalama ölüm kaba hızları

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Veri Seti*** | ***Weibull*** | ***ÜW*** | ***Lindley*** | ***GL*** | ***ÜÜ*** |
| ***1*** | 8.1892 | 8.1781 | 10.3933 | 8.1653 | 8.1832 |
| ***2*** | 5.7872 | 5.7578 | 7.0796 | 5.7462 | 6.4339 |
| ***3*** | 6.1815 | 6.1541 | 7.6304 | 6.1181 | 6.1672 |

Tablo 2’ye göre elde edilen parametre tahmin değerlerine göre Weibull, ÜW, Lindley, GL ve ÜÜ dağılımlarının beklenen değerleri hesaplanmış ve Tablo 4’de verilmiştir. Ilk veri setine en iyi uyum gösteren dağılımın Weibull olduğu göz önüne alınırsa beklenen değerin yani kitle ortalamasının 8.1892 ve ilk örneğin ortalamasının 8.156 olması elde edilen tahmin değerinin gerçek değerine oldukça yakın olduğu görülmektedir. Benzer şekilde ikinci veri seti için örnek ortalaması 5.758 ve ÜW dağılımının elde edilen parametre tahminlerine göre beklenen değeri 5.757 bulunmuştur. Üçüncü veri setine en iyi uyum gösteren ÜÜ dağılımın beklenen değeri 6.167 iken örnek ortalaması 6.156’dır.

Sonuç olarak KOVİD-19 kaba ölüm hızları (İtalya, Hollanda, Meksika) bazı yaşam zamanı dağılımları kullanılarak modellenmiş ve tahminler yapılmıştır. Elde edilen parametre tahmin değerlerine göre beklenen değerler hesaplanmış ve örnek ortalamalarının beklenen değerlere oldukça yakın olduğu görülmüştür. Bu durumda İtalya, Meksika ve Hollanda kaba ölüm hızları için yapılan tahminlerin tutarlı olduğu söylenebilir. İleri çalışmalarda örnek büyüklüğü genişletilerek ve dağılım çeşitliliği artırılarak daha tutarlı sonuçlar elde etmek mümkündür.

**Kaynaklar**

Almongy, H. M., Almetwally, E. M., Aljohani, H. M., Alghamdi, A. S., Hafez, E. H. (2021). A new extended rayleigh distribution with applications of COVID-19 data. *Results in Physics*, *23*, 104012.

Fletcher R. (1987). Practical methods of optimization. John and Sons, Chichester.

Ghitany M. E., Alqallaf F., Al-Mutairi D. K., Husain H. A., (2011) [A two-parameter weighted Lindley distribution and its applications to survival data, Mathematics and Computers in Simulation](http://logec.repec.org/scripts/paperstat.pf?h=repec:eee:matcom:v:81:y:2011:i:6:p:1190-1201), (81) 6, 1190-1201.

Gupta, R. D., Kundu, D., 2001, Generalized exponential distribution: different method of estimations, Journal of Statistical Computation and Simulation, 69 (4), 315-337.

Lindley, D.V. (1958). Fiducial distributions and Bayes’ theorem. *Journal of the Royal Statistical Society B,* 20:102–107.

Nadarajah, S., Bakouch, H. S., Tahmasbi, R. (2011). A generalized Lindley distribution. *Sankhya B*, *73*(2), 331-359.

Pal, M., Masoom M.A., Jungsoo W. (2006). Exponentiated weibull distribution. *Statistica* 66 (2) 139-147.

URL-1 (2021) <https://covid19.who.int/>.

URL-2 (2021) <https://acikders.ankara.edu.tr/> Erişim Tarihi: 28 Temmuz 2021

.

WHO. (2020). WHO Director-General's Opening Remarks at the Media Briefing on Covid 19 - 11 March 2020. World Health Organization, Geneva.

WHO. (2021). https://covid19.who.int/, Erişim Tarihi: 2 Ağustos 2021.